

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ЛОГІСТИЧНИХ МЕРЕЖ В УМОВАХ ІНТЕРВАЛЬНОЇ ВИЗНАЧЕНОСТІ ВХІДНИХ ДАНИХ

Безкоровайний В. В.¹, Русскін В. М.², Тітов С. В.¹

¹Харківський національний університет радіоелектроніки

²Харківська гуманітарно-педагогічна академія

***Анотація.** Запропонована математична модель задачі оптимізації централізованих логістичних мереж на етапі реінжинірингу для випадку інтервальної визначеності вхідних даних. Для вибору рішень запропоновано використовувати індекси порівняння на основі узагальненої різниці Хукухарі. Практичне використання запропонованої моделі дозволить підвищити достовірність результатів оптимізації в процесах проектування, планування розвитку та реінжинірингу мереж.*

***Ключові слова:** логістична мережа, оптимізація, прийняття рішень, реінжиніринг, структура, топологія.*

Вступ

Ефективність сучасної логістики багато у чому визначається структурою і топологією використовуваних логістичних (розподільних) мереж. Вузли розподільних мереж (термінали, розподільні центри, хаби) є своєрідними платформами, через які вантажі, отримані від виробників (постачальників), перерозподіляються до адресатів (споживачів, виробників, точок продажу) [1].

При цьому, витратні та функціональні характеристики таких мереж багато в чому визначаються топологією (розміщенням) їхніх вузлів. Топологія вузлів логістичної мережі (ЛМ), в свою чергу, визначає структуру і топологію відповідних потоків [2-4]. Задачі багатокритеріальної системної оптимізації ЛМ є обов'язковою складовою технологій проектування чи модернізації систем виробництва і збуту, доставки сировини, збирання відходів, технічного обслуговування та ремонту озброєння і військової техніки тощо [5-6].

Зміна умов функціонування систем логістики (зміна множини та топології постачальників і споживачів, обсягів поставок, тарифів тощо) призводить до того, що на певному етапі вони стають неефективними. Для оптимізації мереж в нових умовах здійснюється їх реінжиніринг, який передбачає фундаментальний аналіз існуючих варіантів їх побудови (видів транспорту, структури, топології, параметрів, технології) з можливістю радикального перепроєктування [2, 7-8]. При цьому, головною проблемою з обчислювальної точки зору є оптимізація їх топологічної структури в умовах можливих змін номенклатури, обся-

гів поставок, характеристик транспортних засобів і транспортних мереж.

Дослідження щодо реінжинірингу ЛМ в умовах неповної визначеності вхідних даних допомагають отримувати більш стійкі рішення, зменшувати витрати на транспортування вантажопотоків, підвищувати ефективність використання транспортних засобів і вузлів і, таким чином, зменшувати організаційні витрати на логістику.

Аналіз публікацій

У загальному випадку процес оптимізації ЛМ як територіально розподіленого об'єкта передбачає розв'язання комплексу задач її технологічної, структурної, параметричної та топологічної оптимізації [2, 7-8]. При цьому на основі багатокритеріальної оцінки умовно незалежно розв'язуються задачі оптимізації мікро- і макрологістичних систем [9-10]. На рівні мікрологістики здійснюється адаптація існуючої мережі шляхом оперативного розв'язання задачі оптимізації кінцевих кільцевих маршрутів. При значних змінах потоків виникає необхідність реінжинірингу і макрологістичних мереж [2].

В останній час все більш актуальними стають задачі екологічної логістики, спрямовані на зниження ризиків економічних втрат, зумовлених погіршенням навколишнього середовища [11-13]. Одним з напрямів екологічної стала реверсивна логістика, предметом є впорядкування та систематизація зворотних товарно-матеріальних потоків [14-15]. Необхідність спільного розв'язання задач прямої (традиційної) і реверсивної (звотної) логістики породжує проблему розробки нових ефектив-

них математичних моделей і методів оптимізації замкнених ЛМ [16-17].

У класичній задачі оптимізації централізованої ЛМ вважаються заданими [2, 7]: місце розташування центру постачання, множина споживачів (місця розташування, обсяги постачання), витрати на створення й експлуатацію вузлів (терміналів, хабів) та транспортні тарифи по доставці вантажів. Необхідно визначити оптимальну кількість і місця розташування вузлів, а також підмножини споживачів, що отримують вантажі з кожного з вузлів. Метою є мінімізація наведених витрат на функціонування ЛМ при виконанні обмежень на час доставки вантажів споживачам.

Частковими випадками класичної задачі є задачі вибору заданої кількості місць для будівництва вузлів (розподільчих центрів) [1], вибору стратегії спільного використання транспортних засобів [18], розроблення моделі ЛМ, яка допомагає інтегрувати логістичні ресурси, зменшити витрати на логістику та підвищити ефективність логістики тощо [19]. Задача оптимізації мереж замкнутої логістики передбачає врахуванням реверсивних потоків від споживачів до центрів (місць виробництва, переробки чи утилізації) [14-15].

Запропоновані математичні моделі задач оптимізації мереж призначені для використання на стадіях їхнього проектування чи удосконалення в умовах повної визначеності. Для розв'язання задач у процесі реінжинірингу ЛМ необхідна розробка моделей, які б враховували можливість використання вузлів і транспортних засобів існуючої інфраструктури та інтервали можливих змін попиту та трафіку [20].

У моделях задач оптимізації з нечітко заданими змінними і параметрами використовуються їх інтервальне подання. У цьому випадку вхідні дані та кожна з характеристик подаватиметься двома граничними значеннями. Для виконання операцій класичної арифметики над інтервальними значеннями параметрів і змінних моделей оптимізації $[a] \in [a^-; a^+]$ і $[b] \in [b^-; b^+]$ використовуються відомі співвідношення [21-25]:

$$[c^-; c^+] = [a^-; a^+] \circ [b^-; b^+]; \quad (1)$$

$$[a] + [b] = [a^- + b^-, a^+ + b^+]; \quad (2)$$

$$[a] - [b] = [a^- - b^+, a^+ - b^-]; \quad (3)$$

$$[a] \cdot [b] = [\min\{a^- \cdot b^-, a^- \cdot b^+, a^+ \cdot b^-, a^+ \cdot b^+\}; \max\{a^- \cdot b^-, a^- \cdot b^+, a^+ \cdot b^-, a^+ \cdot b^+\}]; \quad (4)$$

$$[a] / [b] = [a] \cdot [1/b^+; 1/b^-]. \quad (5)$$

Порівняння значень в обмеженнях і змінних цільових функцій, які подані інтервалами, що не перетинаються, здійснюється шляхом порівняння їх середніх значень (центрів). Для інтервальних значень локальних критеріїв та обмежень, що перетинаються, може бути використана оцінка узагальненої різниці Хукухари (Hukuhara) (gH-різниця, інтервальна різниця) [22-27].

Мета дослідження та постановка завдання

Аналіз публікацій, присвячених розв'язанню задач проблеми системної оптимізації логістичних мереж, показує, що [1-27]:

– виходячи з того, що у сучасних ЛМ використовується відносно невелика множина альтернативних технологій управління потоками, типів вузлів, видів транспорту та типів транспортних засобів, головною проблемою з обчислювальної точки зору є оптимізація їх топологічних структур;

– у переважній більшості задач оптимізації не враховується інфраструктура існуючих мереж;

– існуючі математичні моделі і методи оптимізації ЛМ на етапі їх реінжинірингу призначені для умов з точковими, чітко визначеними вхідними даними.

Виникає необхідність розроблення математичних моделей багатокритеріальних задач оптимізації логістичних мереж на етапі реінжинірингу для умов інтервального подання вхідних даних.

З огляду на це *метою статті* є підвищення ефективності технології оптимізації логістичних мереж на етапі реінжинірингу за рахунок розробки математичної моделі задачі багатокритеріальної оптимізації для умов інтервального подання вхідних даних.

Найбільш поширеним класом макрологістичних мереж є централізовані трирівневі мережі, що призначені для доставки вантажів з центру до заданої множини споживачів (отримувачів) через один з вузлів.

Задача реінжинірингу топологічної структури централізованої трирівневої ЛМ розглядається в такій постановці.

Задані:

– множина елементів (центр, вузли, споживачі) існуючої ЛМ та попит споживачів (обсяги доставок);

– існуючий варіант топологічної структури ЛМ, який задається місцями розташування споживачів, вузлів (співпадають з місцями розміщення споживачів), центру виробництва і

переробки, а також зв'язками між споживачами, вузлами і центром;

– наведені витрати на створення (модернізацію), експлуатацію вузлів, реалізацію перевезень, вартість ресурсів, які можуть бути повторно використані (чи реалізовані).

Необхідно визначити найкращий за показниками витрат і часу доставки варіант топологічної структури логістичної мережі.

Основний матеріал дослідження.

Модель структурно-топологічної оптимізації ЛМ за показником витрат

З урахуванням неповної визначеності вхідних даних (попит, тарифи, витрати, швидкість транспортування тощо) будемо подавати їх інтервалами виду $[w_i] \in [w_i^-; w_i^+]$, $i = \overline{1, n_D}$ (де n_D – кількість видів даних). Змінні в цільових функціях витрат (капітальних, експлуатаційних, наведених) і оперативності (часу доставки вантажів) для варіантів побудови мережі $s \in S$ (де S – множина допустимих варіантів побудови мережі) будемо подавати інтервальними значеннями $[x_i(s)] \in [x_i^-(s); x_i^+(s)]$, $i = \overline{1, n_V}$ (де n_V – кількість змінних). Значення локальних критеріїв витрат та оперативності для варіантів $s \in S$: $[k_j(s)] = [k_j^-(s); k_j^+(s)]$, $j = \overline{1, 2}$.

Введемо такі позначення [7]:

– $I = \{i : i = \overline{1, n}\}$ – множина елементів існуючої мережі (центра, вузлів, споживачів);

– $s' \in S$ – існуючий варіант побудови ЛМ, який задається місцями розташування споживачів, вузлів, центру (співпадає з місцем розміщення елемента $i = I$), зв'язками між споживачами, вузлами і центром $[s'_{ij}]$, $i, j = \overline{1, n}$

($s'_{ij} = I$, якщо між елементами i та j існує безпосередній зв'язок та $s'_{ij} = 0$ – в іншому випадку).

Обмеження, які визначають тривірневу структуру централізованої мережі:

– кожен споживач i , $i = \overline{1, n}$ має бути

зв'язаним з одним з вузлів: $\sum_{j=1}^i s_{ij} + \sum_{i=j}^n s_{ij} = I$

для всіх i для яких $s_{ii} = 0$, $i = \overline{1, n}$ або безпосередньо з центром $s_{ii} = 0$, $i = \overline{1, n}$;

– до кожного вузла має бути безпосередньо підключено більше одного споживача

$\sum_{j=1}^i s_{ij} + \sum_{i=j}^n s_{ij} > I$, для всіх i , для яких $s_{ii} = I$, $i = \overline{1, n}$;

– кожен споживач i підключається до вузла j за показником мінімуму наведених витрат:

$s_{ii} \wedge s_{ij} = I \rightarrow ij = \arg \min_{1 \leq i, j \leq n} c_{ij} \quad \forall i, j = \overline{1, n}$;

– кожен з вузлів j має безпосередній зв'язок з центром $s_{jj} = I \rightarrow s_{1j} = I$, $\forall i, j = \overline{1, n}$;

– кількість вузлів знаходиться в діапазоні

$I \leq \sum_{i=1}^n s_{ii} \leq n / 2$;

– загальна кількість зв'язків у структурі

$\sum_{j=1}^n \sum_{i=j}^n s_{ij} = n + \sum_{i=1}^n s_{ii}$.

З використанням введених позначень математичну модель задачі визначення найкращого варіанту реінжинірингу топологічної структури ЛМ за показником витрат пропонується подати у такому вигляді:

$$[k_1(s', s)] = \sum_{j=1}^n \{ [a_j](1 - s'_{jj})s_{jj} + [b_j]s'_{jj}s_{jj} + [c_j](1 - s_{jj})s'_{jj} - [d_j](1 - s_{jj})s'_{jj} \} + \sum_{j=1}^n \sum_{i=j}^n \{ [e_{ji}](1 - s'_{ji})s'_{ji} + [f_{ji}]s'_{ji}s_{ji} + [g_{ji}](1 - s'_{ji})s'_{ji} - [h_{ji}](1 - s'_{ji})s'_{ji} \} \rightarrow \min_{s \in S}, \quad (6)$$

$$S = \{s\} = \begin{cases} [s_{ij}], s_{ij} \in \{0, 1\}, i, j = \overline{1, n}, s_{11} = I; \sum_{i=j}^n s_{ij} \geq I, \forall j = \overline{1, n}; \\ \sum_{j=1}^n \sum_{i=j}^n s_{ij} = n + \sum_{i=1}^n s_{ii}, s_{ii} = I \rightarrow s_{i1} = I \quad \forall i = \overline{1, n}; \\ s_{ii} \wedge s_{ij} = I \rightarrow ij = \arg \min_{1 \leq i, j \leq n} [e_{ij}] \quad \forall i, j = \overline{1, n}, \end{cases} \quad (7)$$

де $[a_j], [b_j], [c_j], [d_j], j = \overline{1, n}$ – відповідно витрати на створення, модернізацію, демонтаж та вартість ресурсів, які можуть бути повторно використані (або реалізовані) після демонтажу обладнання j -го вузла у новій структурі; s'_{ij}, s_{ij} – елементи матриць суміжності (зв'язків) між елементами в існуючій мережі і мережі після реінжинірингу; $[e_{ij}], [f_{ij}], [g_{ij}], [h_{ij}]$ – відповідно витрати на перевезення вантажів, модернізацію, демонтаж (утилізацію) та вартість ресурсів, які можуть бути повторно використані (або реалізовані) при доставці вантажів між елементами i та $j, i, j = \overline{1, n}$.

Математична модель (6)-(7) подає опис задачі структурно-топологічної оптимізації ЛМ. Вона може бути використана для реінжинірингу мережі за показниками капітальних,

$$[k_2(s)] = \max_{s \in S} \left\{ \sum_{j=1}^n \{ [t_{1j}(s)] + [\tau_j(s)] + [t_{ji}(s)] \} s_{ji} \right\} \rightarrow \min. \quad (8)$$

У двокритеріальній задачі структурно-топологічної оптимізації ЛМ вибір варіантів, що задовольняють обмеженням (7), здійснюється одночасно за двома показниками (6) і (8). Для цього на множині допустимих варіантів побудови мережі (7) необхідно визначити найбільш ефективний варіант $s^o \in S$ за узагальненим показником, що оцінює його узагальнену корисність [7]:

$$s^o = \arg \max_{s \in S} P(s). \quad (9)$$

В умовах неповної визначеності вимог до ЛМ як оцінку її ефективності $P(s)$ в моделі

$$P(s) = \sum_{i=1}^2 \lambda_i \xi_i(s) + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=i}^2 \lambda_{ij} \xi_i(s) \xi_j(s) \rightarrow \max_{s \in S}, \quad (11)$$

$$\xi(s) = \begin{cases} \bar{a} \cdot (b_1 + 1) \cdot \left\{ 1 - \left[b_1 / \left(b_1 + \frac{\bar{k}(s)}{\bar{k}_a} \right) \right] \right\}, & 0 \leq \bar{k}(s) \leq \bar{k}_a; \\ \bar{a} + (1 - \bar{a}) \cdot (b_2 + 1) \cdot \left\{ 1 - \left[b_2 / \left(b_2 + \frac{\bar{k}(s) - \bar{k}_a}{1 - \bar{k}_a} \right) \right] \right\}, & \bar{k}_a < \bar{k}(s) \leq 1, \end{cases} \quad (12)$$

де λ_i, λ_{ij} – вагові коефіцієнти локальних критеріїв та їх добутків $\lambda_i \geq 0, \lambda_{ij} \geq 0, \xi_l(s)$ – функція корисності локального критерію $k_l(x), l = i, j; \bar{k}_a, \bar{a}$ – нормовані значення координат точки склеювання складових функції (12), $0 \leq \bar{k}_a \leq 1, 0 \leq \bar{a} \leq 1; b_1, b_2$ – параметри, які

експлуатаційних або наведених витрат.

Модель двокритеріальної задачі структурно-топологічної оптимізації ЛМ

Поряд з витратам важливим показником якості ЛМ вважається її оперативність. Пропонується обрати в якості другого локального критерію якості показник оперативності, що оцінює час доставки вантажів споживачам мережі.

Час доставки вантажу i -му споживачу складається з часу доставки його від центра до відповідного j -го вузла $[t_{1j}(s)]$, обробки (перевантаження, очікування відправлення, оформлення документації тощо) вантажу в ньому $[\tau_j(s)]$ та доставки його з j -го вузла до i -го споживача $[t_{ji}(s)]$. Тоді максимуму оперативності логістичної мережі відповідатиме мінімальний час доставки вантажу до «найвіддаленішого» споживача:

(9) пропонується використовувати функцію належності нечіткій множині «Найкращий варіант» [20, 26]:

$$\text{«Найкращий варіант»} = \{ \langle s, P(s) \rangle, \quad (10)$$

де $P(s)$ – значення функції загальної корисності варіанта $s \in S$, яке визначає ступінь його належності нечіткій множині (10).

Для кількісної оцінки варіантів побудови мережі можна використати класичну адитивну модель або адитивно-мультиплікативну модель, побудовану на основі полінома Колмогорова-Габора [20, 26]:

визначають вид (лінійна, опукла, вигнута) функції на початковому та кінцевому відрізках.

Функція-склейка (12) має переваги за показниками точності і кількості комп'ютерних операцій, необхідних для її обчислення, у порівнянні з функціями Гаусса, Харрінгтона і логістичною функцією [20, 26].

У випадку, коли зміна часу доставки (8)

для варіантів побудови мережі $s \in S$ (7) є некритичною, двокритеріальна задача структурно-топологічної оптимізації ЛМ (6)-(8) зводиться до однокритеріальної задачі (6)-(7) з додатковим обмеженням на максимальний час доставки вантажу $[k_2(s)] \leq k_2^*$ (k_2^* – допустимий час доставки вантажів для всієї множини споживачів $s \in S$).

Алгоритм порівняння інтервальних значень критерію ефективності

Задача, що розглядається, відноситься до класу дискретних задач комбінаторної оптимізації. З урахування високої часової складності точних методів для її розв'язання доцільним є використання методів спрямованого перебору варіантів [28] з урахування інтервального подання вхідних даних [21].

Для порівняння інтервалів скористаємось

$$A \underset{gh}{-} B = [\min\{a^- - b^-; a^+ - b^+\}; \max\{a^- - b^-; a^+ - b^+\}] = (\hat{a} - \hat{b}; |\bar{a} - \bar{b}|), \quad (13)$$

$$\gamma_{A,B} = (\bar{a} - \bar{b}) / (\hat{a} - \hat{b}). \quad (14)$$

Індекс порівняння $\gamma_{A,B}$ (14) має значення показника міри ризику чи виграшу у випадку, коли обирається інтервал A замість B лише на підставі виконання нерівності $\hat{a} > \hat{b}$ [22–25].

В моделі задачі, що розглядається, бажаним є отримання максимуму загальної цільової функції $P(s)$ (11). У цьому випадку за умови позитивного середнього виграшу $\hat{a} > \hat{b}$ можливі такі ситуації перетину інтервалів [22].

Ситуація 1: $a^- < b^-$. У цьому випадку деякі значення першого інтервалу $a \in A$ є гіршими, ніж усі значення другого інтервалу $b \in B$. Можлива втрата якості рішення (варіанту побудови ЛМ) через помилковий вибір у найгіршому випадку складе $\bar{a} - \bar{b} < 0$. З урахуванням цього, відношення втрат у найгіршому випадку до середнього виграшу складає:

$$I_1(A,B) = (a^- - b^-) / (\hat{a} - \hat{b}) = 1 - \gamma_{A,B} < 0. \quad (15)$$

Ситуація 2: $a^- \geq b^-$. У цьому випадку деякі значення другого інтервалу $b \in B$ гірші за всі значення першого інтервалу $a \in A$.

Втрат якості у найгіршому випадку немає:

$$I_2(A,B) = (a^- - b^-) / (\hat{a} - \hat{b}) = 1 - \gamma_{A,B} > 0. \quad (16)$$

Ситуація 3: $a^+ < b^+$. У цьому випадку всі значення першого інтервалу $a \in A$ гірші за деякі значення другого інтервалу $b \in B$.

індексом, побудованим на основі узагальненої різниці Хукухари [22–25].

Значення характеристики j , $j = \overline{1,2}$ для двох різних варіантів побудови ЛМ $u, v \in S$ будемо подавати як деякі інтервали $A = [k_j^-(u); k_j^+(u)]$ і $B = [k_j^-(v); k_j^+(v)]$ у вигляді $A = [\hat{a}; \bar{a}]$ і $B = [\hat{b}; \bar{b}]$ де \hat{a} , \hat{b} , \bar{a} , \bar{b} – відповідно центри і радіуси інтервалів A і B :

$$\hat{a} = [a^- + a^+] / 2, \quad \bar{a} = [a^+ - a^-] / 2,$$

$$\hat{b} = [b^- + b^+] / 2, \quad \bar{b} = [b^+ - b^-] / 2.$$

Узагальнена різниця Хукухари $A \underset{gh}{-} B$ та відповідний їй індекс порівняння $\gamma_{A,B}$ для інтервалів $A = [\hat{a}; \bar{a}]$ і $B = [\hat{b}; \bar{b}]$ визначаються за співвідношенням [22]:

Від'ємне значення різниці $a^+ - b^+ < 0$ відображає можливі втрати у найгіршому випадку. З урахуванням цього, відношення втрат до середнього виграшу у найгіршому випадку визначається за співвідношенням:

$$I_3(A,B) = (a^+ - b^+) / (\hat{a} - \hat{b}) = 1 + \gamma_{A,B} < 0. \quad (17)$$

Ситуація 4: $a^+ \geq b^+$. У цьому випадку деякі значення першого інтервалу $a \in A$ є кращими за всі значення другого інтервалу $b \in B$ і втрати у найгіршому випадку відсутні:

$$I_4(A,B) = (a^+ - b^+) / (\hat{a} - \hat{b}) = 1 + \gamma_{A,B} > 0. \quad (18)$$

Використання співвідношень (15)-(18) дозволяє отримувати розв'язок задачі структурно-топологічної оптимізації ЛМ за показниками витрат і часу доставки вантажів з (6)-(8) для інтервально визначених вхідних даних і відповідних значень локальних критеріїв.

Висновки

За результатами аналізу сучасних підходів до організації логістичних мереж на етапі їх реінжинірингу встановлено, що головною проблемою з обчислювальної точки зору є оптимізація їх топологічних структур, а існуючі математичні моделі і методи їх оптимізації призначені для умов з точковими, чітко визначеними вхідними даними. Це обумовило актуальність науково-прикладного завдання розроблення математичних моделей багатокритеріальних задач оптимізації логістичних мереж для умов інтервального подання вхідних

даних.

Сформульована постановка і розроблена математична модель двокритеріальної (за показниками витрат і оперативності) задачі реінжинірингу централізованих трирівневих топологічних структур ЛМ для інтервально визначених вхідних даних і значень локальних критеріїв.

Отримані результати дозволяють підвищити ефективність технологій оптимізації логістичних мереж на етапі реінжинірингу за рахунок використання математичної моделі задачі оптимізації для умов інтервального подання вхідних даних. Практичне використання запропонованої моделі дозволить підвищити достовірність результатів оптимізації в процесах проектування, планування розвитку та реінжинірингу мереж, отримувати стійкі до зміни зовнішніх умов варіанти побудови топологічних структур логістичних мереж.

Напрямки подальших досліджень за цією темою можуть бути пов'язані з розробкою математичних моделей на основі додаткових показників надійності і (та) живучості, комплексу ефективних методів і алгоритмів розв'язання задач оптимізації логістичних мереж різної розмірності в умовах неповної визначеності даних.

Література

1. Optimization of a logistics network considering allocation of facilities and taxation aspects / B. V. R. Furlanetto, F. A. S. Marins, A. F. Silva, C. M. Defalque // *Gestão & Produção*. 2020. Vol. 27(4). e4918. URL: <https://doi.org/10.1590/0104-530X4918-20> (дата звернення 06.10.2023).
2. Beskorovainyi V., Sudik A. Optimization of topological structures of centralized logistics networks in the process of reengineering // *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries*. 2021. No. 1 (15). P. 23–31. URL: <https://doi.org/10.30837/ITSSI.2021.15.023> (дата звернення 06.10.2023).
3. Govindan K., Fattahi M., Keyvanshokoo E. Supply chain network design under uncertainty: A comprehensive review and future research directions // *European Journal of Operational Research*. 2017. Vol. 263. P. 108–141. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221717303429> (дата звернення 06.10.2023).
4. Pellicer P. C., Valero F. A. Identification of Reverse Logistics Decision Types from Mathematical Models // *Journal of Industrial Engineering and Management*. 2018. Vol. 11. No. 2. P. 239–249. URL: <https://www.jiem.org/index.php/jiem/article/view/2530> (дата звернення 06.10.2023).
5. Optimization of the distribution logistics network: a case study of the metalworking industry in Colombia / Rodríguez J. V., Niño J. P. C., Negrete K. A. P. [etc.] // *Procedia Computer Science*. 2022. Vol. 198. P. 524–529. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877050921025199#section-cited-by> (дата звернення: 25.05.2023).
6. Морозов О. О. Методика розв'язання задачі синтезу топологічної та функціональної структур систем ремонту озброєння і військової техніки // *Науковий вісник Київського інституту національної гвардії України*. 2023. №1. С. 6–10. URL: <https://kinguvisnyk.kyiv.ua/index.php/journal/article/view/12> (дата звернення: 25.05.2023).
7. Безкоровайний В. В., Нефьодов Л. І., Русскін В. М. Математична модель структурно-топологічної оптимізації логістичних мереж // *Вісник Харківського національного автомобільно-дорожнього університету*, 2021. Вип. 95. С. 178–184. URL: 10.30977/BUL.2219-5548.2021.95.0.178 (дата звернення: 29.05.2023).
8. Beskorovainyi V., Draz O. Mathematical models of decision support in the problems of logistics networks optimization", *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries*, 2021, No. 4 (18), P. 5–14. URL: <https://doi.org/10.30837/ITSSI.2021.18.005> (дата звернення: 29.05.2023).
9. Gattuso D., Cassone G. C., Pellicano D. S. A Micro-simulation Model for Performance Evaluation of a Logistics Platform // *Transportation Research Procedia*. 2014. Vol. 3. P. 574–583. URL: <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2014.10.036> (дата звернення: 29.05.2023).
10. Larson P. D. Relationships between Logistics Performance and Aspects of Sustainability: A Cross-Country Analysis // *Journal of Transport and Supply Chain Management*. 2018. Vol. 12. P. 623–632. URL: doi: 10.3390/su13020623 (дата звернення: 29.05.2023).
11. Furtak A., Błażej M. Green supply chain. Developing logistics with care for the // *Acta Universitatis Nicolai Copernici*. 2020. Vol. 47. No. 1. P. 65–73. URL: http://dx.doi.org/10.12775/AUNC_ZARZ.2020.1.006 (дата звернення: 15.10.2023).
12. Jo D., Kwon C. Structure of Green Supply Chain Management for Sustainability of Small and Medium Enterprises // *Sustainability*. 2022. Vol. 14. No. 1. 50. URL: <https://doi.org/10.3390/su14010050> (дата звернення: 29.05.2023).
13. Ye Y, Wang J. Study of logistics network optimization model considering carbon emissions // *International Journal of System Assurance Engineering and Management*. 2017. Vol. 8. No. 2. P. 1102–1108. URL: doi: 10.1007/s13198-017-0576-x (дата звернення: 05.09.2023).
14. Pollock B., Dutta S. Driving Returns in the

- Reverse Logistics Service Chain // Reverse Logistics Magazine. 2016. Edition 16. PP. 26–29.
15. Reverse Logistics and Urban Logistics: Making a Link / S. Rubio, B. Jiménez-Parra, A. Chamorro-Mera, F. J. Miranda // Sustainability. 2019. Vol. 11. No. 20. URL: <https://doi.org/10.3390/su11205684> (дата звернення: 05.09.2023).
 16. Kovtun T. A model of closed circuits forming in a logistics system with feedback // Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries. 2020. No. 4 (14). P. 113–120. URL: <https://doi.org/10.30837/ITSSI.2020.14.113> (дата звернення: 12.09.2023).
 17. Beskorovainyi V., Kuropatenko O., Gobov D. Optimization of transportation routes in a closed logistics system // Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries. 2019. No. 4 (10). P. 24–32. URL: <https://itssi-journal.com/index.php/itssi/article/view/156> (дата звернення: 12.09.2023).
 18. Yang T., Wang W. Logistics Network Distribution Optimization Based on Vehicle Sharing // Sustainability, 2022. Vol. 14, 2159. URL: DOI: <https://doi.org/10.3390/su14042159> (дата звернення: 25.05.2023).
 19. Douiri L., Jabri A., El Barkany A. Models for Optimization of Supply Chain Network Design Integrating the Cost of Quality: A Literature Review // American Journal of Industrial and Business Management, 2016. Vol.6. No. 8. P. 860–876 URL: doi: 10.4236/ajibm.2016.68082 (дата звернення: 05.09.2023).
 20. Beskorovainyi, V., Kolesnyk, L., Yevstrat D. Formalization of the problem of transport logistics optimization networks at the stage of reengineering // Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries. 2022. No. 2 (20). P. 5–13. URL: <https://journals.uran.ua/itssi/article-view/262022> (дата звернення: 12.09.2023).
 21. Jiang C., Han X., Xie H. The Basic Principles of Interval Analysis // Nonlinear Interval Optimization for Uncertain Problems. 2021. P. 25–34. URL: https://doi.org/10.1007/978-981-15-8546-3_2 (дата звернення: 19.09.2023).
 22. Guerra M. L., Stefanini L. A comparison index for interval ordering based on generalized Hukuhara difference // Soft Computing. 2012. Vol. 16. No. 11. P. 1–25. URL: <https://doi.org/10.1007/s00500-012-0866-9> (дата звернення: 19.09.2023).
 23. Stefanini L., Guerra M. L., Amicizia B. Interval Analysis and Calculus for Interval-Valued Functions of a Single Variable. Part I: Partial Orders, gH-Derivative, Monotonicity // Axioms. 2019. Vol. 8, No. 4. 113. URL: <https://doi.org/10.3390/axioms8040113> (дата звернення: 19.09.2023).
 24. Stefanini L., Arana-Jimenez M. Karush-Kuhn-Tucker conditions for interval and fuzzy optimization in several variables under total and directional generalized differentiability // Fuzzy Sets and Systems. 2019. Vol. 362. P. 1–34. URL: <https://doi.org/10.1016/j.fss.2018.04.009> (дата звернення: 26.09.2023).
 25. Kosheleva O., Kreinovich V., Pham. U. Decision-making under interval uncertainty revisited // Asian Journal of Economics and Banking. 2021. Vol. 5. No. 1. P. 79–85. URL: <https://doi.org/10.1108/AJEB-07-2020-0030> (дата звернення: 26.09.2023).
 26. Beskorovainyi V., Kolesnyk L., Mgbere Ch. Mathematical models for determining the Pareto front for building technological processes options under the conditions of interval presentation of local criteria // Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries. 2023. No. 2 (24). P. 16–26. URL: <https://journals.uran.ua/itssi/article/view/285493> (дата звернення: 12.09.2023).
 27. Beskorovainyi V., Kolesnyk L. Interval model of multi-criterion task of reengineering physical structures of distributed databases / Intelligent information systems for decision support in project and program management: Collective monograph. Riga: ISMA, 2021. P. 7–14. URL: <https://doi.org/10.30837/MMP.2021.007> (дата звернення: 19.09.2023).
 28. Beskorovainyi V., Imanhulova Z. Technology of large-scale objects system optimization // ECONTECHMOD. 2017. Vol. 06. №4. P. 3–8. URL: <https://bibliotekanauki.pl/articles/410841> (дата звернення: 19.09.2023).

References

1. Furlanetto, B. V. R., Marins, F. A. S., Silva, A. F., & Defalque, C. M. (2020) Optimization of a logistics network considering allocation of facilities and taxation aspects. *Gestão & Produção*, 27(4), e4918. Retrieved from: <https://doi.org/10.1590/0104-530X4918-20> (accessed: 06.10.2023).
2. Beskorovainyi, V., Sudik, A. (2021). Optimization of topological structures of centralized logistics networks in the process of reengineering. *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries*. No. 1 (15). P. 23–31. Retrieved from: <https://doi.org/10.30837/ITSSI.2021.15.023> (accessed: 06.10.2023).
3. Govindan, K., Fattahi, M., Keyvanshokoo, E. (2017). Supply chain network design under uncertainty: A comprehensive review and future research directions. *European Journal of Operational Research*, Vol. 263, P. 108–141. Retrieved from: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037721717303429> (accessed: 06.10.2023).
4. Pascual Cortés Pellicer, Faustino Alarcón Valero (2018). Identification of Reverse Logistics Decision Types from Mathematical Models. *Journal of Industrial Engineering and Management*. No. 11 (2). P. 239–249. Retrieved from: <https://www.jiem.org/index.php/jiem/article/view/2530> (accessed: 06.10.2023).
5. Rodríguez J. V., Niño J. P. C., Negrete K. A. P. [etc.] (2022) Optimization of the distribution logistics net-

- work: a case study of the metalworking industry in Colombia. *Procedia Computer Science*, 198, 524–529. Retrieved from: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877050921025199#section-cited-by> (accessed: 25.05.2023).
6. Morozov O. O. (2023). Metodyka rozviazання zadachi syntezy topolohichnoi ta funktsionalnoi struktur system remontu ozbroiennia i viiskovoi tekhniki [The method of solving the problem of synthesis of topological and functional structures of systems of repair of weapons and age-old equipment]. *Scientific Bulletin of the Kyiv Institute of the National Guard of Ukraine*, 1, 6–10 [in Ukrainian]. Retrieved from: <https://kingvisnyk.kyiv.ua/index.php/journal/article/view/12> (accessed: 25.05.2023).
 7. Beskorovainyi V. V., Nefodov L. I., Russkin V. M. (2021) Matematychna model strukturno-topolohichnoi optymizatsii lohistychnykh merezh [Mathematical model of structural and topological optimization of logistics networks]. *Visnyk Kharkivskoho natsionalnoho avtomobilno-dorozhnoho universytetu*, 4, 26–33 [in Ukrainian]. Retrieved from: [10.30977/BUL.2219-5548.2021.95.0.178](https://doi.org/10.30977/BUL.2219-5548.2021.95.0.178) (accessed: 25.05.2023).
 8. Beskorovainyi V., Draz O. (2021) Mathematical models of decision support in the problems of logistics networks optimization. *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries*, 4 (18), 5–14. Retrieved from: <https://doi.org/10.30837/ITSSI.2021.18.005> (accessed: 29.05.2023).
 9. Gattuso D., Cassone G. C., Pellicanò D. S. (2014) A Micro-simulation Model for Performance Evaluation of a Logistics Platform. *Transportation Research Procedia*, 3, 574–583. Retrieved from: <https://doi.org/10.1016/j.trp-ro.2014.10.036> (accessed: 29.05.2023).
 10. Larson P. D. (2018) Relationships between Logistics Performance and Aspects of Sustainability: A Cross-Country Analysis. *Journal of Transport and Supply Chain Management*, 12, 623–632. Retrieved from: doi: [10.3390/su13020623](https://doi.org/10.3390/su13020623) (accessed: 29.05.2023).
 11. Furtak A., Błażej M. (2020) Green supply chain. Developing logistics with care for the. *Acta Universitatis Nicolai Copernici*, 47, 65–73. Retrieved from: http://dx.doi.org/10.12775/AUNC_ZARZ-.2020.1.006 (accessed: 15.10.2023).
 12. Jo D., Kwon C. (2022) Structure of Green Supply Chain Management for Sustainability of Small and Medium Enterprises. *Sustainability*, 14, 1, 50. Retrieved from: <https://doi.org/10.3390/su14010-050> (accessed: 29.05.2023).
 13. Ye Y, Wang J. (2017) Study of logistics network optimization model considering carbon emissions. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, 8, 2, 1102–1108. Retrieved from: doi: [10.1007/s13198-017-0576-x](https://doi.org/10.1007/s13198-017-0576-x) (accessed: 05.09.2023).
 14. Pollock B., Dutta S. (2016) Driving Returns in the Reverse Logistics Service Chain. *Reverse Logistics Magazine*, 16, 26–29.
 15. Rubio S., Jiménez-Parra B., Chamorro-Mera A., Miranda F. J. (2019) Reverse Logistics and Urban Logistics: Making a Link. *Sustainability*, 11, 20. Retrieved from: <https://doi.org/10.3390/su112056-84> (accessed: 05.09.2023).
 16. Kovtun T. (2020) A model of closed circuits forming in a logistics system with feedback. *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries*, 4 (14), 113–120. Retrieved from: <https://doi.org/10.30837/ITSSI.2020.14.113> (accessed: 12.09.2023).
 17. Beskorovainyi V., Kuropatenko O., Gobov D. (2019) Optimization of transportation routes in a closed logistics system. *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries*, 4 (10), 24–32. Retrieved from: <https://itssi-journal.com/index.php/itssi/article/view/156> (accessed: 12.09.2023).
 18. Yang T., Wang W. (2022) Logistics Network Distribution Optimization Based on Vehicle Sharing, *Sustainability*, 14, 2159. Retrieved from: DOI: <https://doi.org/10.3390/su14042159> (accessed: 25.05.2023).
 19. Douiri L., Jabri A., El Barkany A. (2016) Models for Optimization of Supply Chain Network Design Integrating the Cost of Quality: A Literature Review. *American Journal of Industrial and Business Management*, 6, 8, P. 860–876 Retrieved from: doi: [10.4236/ajibm.2016.68082](https://doi.org/10.4236/ajibm.2016.68082) (accessed: 05.09.2023).
 20. Beskorovainyi, V., Kolesnyk, L., Yevstrat D. (2022) Formalization of the problem of transport logistics optimization networks at the stage of reengineering. *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries*, 2, 20, 5–13. Retrieved from: <https://journals.urau.ua/itssi/article/view/262022> (accessed: 12.09.2023).
 21. Jiang C., Han X., Xie H. (2021) The Basic Principles of Interval Analysis. *Nonlinear Interval Optimization for Uncertain Problems*, 25–34. Retrieved from: https://doi.org/10.1007/978-981-15-8546-3_2 (accessed: 19.09.2023).
 22. Guerra M. L., Stefanini L. (2012) A comparison index for interval ordering based on generalized Hukuhara difference. *Soft Computing*, 16, 11, 1–25. Retrieved from: <https://doi.org/10.1007/s00500-012-0866-9> (accessed: 19.09.2023).
 23. Stefanini L., Guerra M. L., Amicizia B. (2019) Interval Analysis and Calculus for Interval-Valued Functions of a Single Variable. Part I: Partial Orders, gH-Derivative, Monotonicity. *Axioms*, 8, 4, 113. Retrieved from: <https://doi.org/10.3390/axioms8040113> (accessed: 19.09.2023).
 24. Stefanini L., Arana-Jimenez M. (2019) Karush-Kuhn-Tucker conditions for interval and fuzzy optimization in several variables under total and directional generalized differentiability. *Fuzzy Sets and Systems*, 362, 1–34. Retrieved from: <https://doi.org/10.1016/j.fss.2018.04.009> (accessed: 26.09.2023).
 25. Kosheleva O., Kreinovich V., Pham. U. (2021) Decision-making under interval uncertainty revisited. *Asian Journal of Economics and Banking*, 5, 1, 79–85. Retrieved from: <https://doi.org/10.1108/AJEB-07-2020-0030> (accessed: 26.09.2023).
 26. Beskorovainyi V., Kolesnyk L., Mgbere Ch. (2023) Mathematical models for determining the Pareto front for building technological processes options under the conditions of interval presentation of local criteria. *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries*, 2 (24), 16–26. Retrieved from: <https://journals.urau.ua/itssi/article/view/285493> (accessed: 12.09.2023).
 27. Beskorovainyi V., Kolesnyk L. (2021) Interval model of multi-criterion task of reengineering physical structures of distributed databases. Intelligent information systems

for decision support in project and program management: Collective monograph. Riga: ISMA, P. 7–14. Retrived from: <https://doi.org/10.30837/MMP.2021.007> (accessed: 19.09.2023).

28. Beskorovainyi V., Imanhulova Z. (2017) Technology of large-scale objects system optimization. *ECONTECHMOD*, 06, 4, 3–8. Retrived from: <https://bibliotekanauki.pl/articles/410841> (accessed: 19.09.2023).

Безкоровайний Володимир Валентинович¹, д.т.н., проф., каф. системотехніки, тел.: +38 050-983-03-29, vladimir.beskorovainyi@nure.ua,

Русскін Володимир Михайлович², к.т.н., доц., каф. інформатики, тел.: +38 050-302-55-98, v_russkin@ukr.net,

Тітов Сергій Володимирович¹, к.т.н., доц., каф. системотехніки, тел.: +38 067-570-61-48, serhii.titov@nure.ua.

¹Харківський національний університет радіоелектроніки, 61166, Україна, м. Харків, пр. Науки, 14.

²Харківська гуманітарно-педагогічна академія, 61000, Україна, м. Харків, пер. Руставели, 7.

Математична модель задачі оптимізації логістичних мереж в умовах інтервальної визначеності вхідних даних

Анотація. Проблема. В умовах швидких змін попиту та пропозиції на ринках перевезень виникає необхідність відповідних змін у логістичних технологіях та мережах, що здійснюються шляхом їх реінжинірингу. Існуючі математичні моделі оптимізації логістичних мереж призначені для умов з точковими, чітко визначеними вхідними даними, що не дозволяє отримувати стійкі до змін зовнішнього середовища рішення. Це обумовило актуальність науково-прикладного завдання розроблення математичних моделей багатокритеріальних задач оптимізації логістичних мереж для умов інтервального подання вхідних даних. **Мета.** Метою є підвищення ефективності технології оптимізації логістичних мереж на етапі реінжинірингу за рахунок розробки математичної моделі задачі багатокритеріальної оптимізації для умов інтервального подання вхідних даних. **Методика.** За результатами декомпозиції проблеми системної оптимізації логістичних мереж як найбільш складна визначена комплексна задача їх структурної та топологічної оптимізації. При розробці моделі використані методологія системного проектування територіально розподілених об'єктів, методи багатокритеріальної оптимізації, теорій корисності та прийняття рішень. Для порівняння варіантів рішень з нечітко заданими вхідними даними використано апарат інтервальної математики. **Результати.** Сформульована постановка та виконана формалізація задачі оптимізації логістичних мереж як територіально розподілених об'єктів. Запропоновано співвідношення для цільової функції й обмежень задачі оптимізації топологічних структур централізованих трирівневих логістичних мереж. **Наукова новизна.** Розроблена математична модель задачі реінжинірингу топологічних структур централізованих трирівневих логістичних мереж за показниками витрат і оперативності для інтервально визначених вхідних даних та значень локальних критеріїв з використанням індексів порівняння на основі різниці Хукухари. **Практична значимість.** Отримані результати дозволяють підвищити достовірність результатів оптимізації в процесах проектування, планування розвитку та реінжинірингу логістичних мереж,

отримувати стійкі до зміни зовнішніх умов варіанти побудови їх топологічних структур.

Ключові слова: логістична мережа, оптимізація, прийняття рішень, реінжиніринг, структура, топологія.

Mathematical model of the problem of optimization of logistics networks under conditions of interval determination of input data

Abstract. Problem. In the conditions of rapid changes in demand and supply in transportation markets, there is a need for corresponding changes in logistics technologies and networks, which are carried out through their reengineering. Existing mathematical models for the optimization of logistics networks are designed for conditions with point-wise, clearly defined input data, which does not allow obtaining solutions resistant to changes in the external environment. This determined the relevance of the scientific and applied task of developing mathematical models of multi-criteria optimization problems of logistics networks for the conditions of interval submission of input data. **Goal.** The goal is to increase the efficiency of the logistics network optimization technology at the stage of re-engineering by developing a mathematical model of the multi-criteria optimization problem for the conditions of interval submission of input data. **Methodology.** According to the results of the decomposition of the problem of system optimization of logistics networks as the most complex defined complex task of their structural and topological optimization. When developing the model, the methodology of system design of territorially distributed objects, methods of multi-criteria optimization, theories of utility and decision-making were used. The apparatus of interval mathematics was used to compare solution options with vaguely specified input data. **The results.** Formulated and completed formalization of the task of optimizing logistics networks as territorially distributed objects. The relationship for the objective function and constraints of the optimization task of topological structures of centralized three-level logistics networks is proposed. **Originality.** A mathematical model of the task of reengineering topological structures of centralized three-level logistics networks according to cost and efficiency indicators for interval defined input data and values of local criteria using comparison indices based on the Hukuhara difference has been developed. **Practical value.** The obtained results make it possible to increase the reliability of optimization results in the processes of design, development planning and reengineering of logistics networks, to obtain variants of the construction of their topological structures that are resistant to changes in external conditions.

Volodymyr Beskorovainyi¹, Doctor of Engineering Sciences, Professor, System Engineering Department, tel.: +38050-983-03-29, vladimir.beskorovainyi@nure.ua,

Volodymyr Russkin², Phd, Associate Professor, Informatics Department, tel.: +38 050-302-55-98, v_russkin@ukr.net.

Serhiy Titov¹, Phd, Associate Professor, System Engineering Department, tel.: +38 095-885-33-89, serhii.titov@nure.ua.

¹Kharkiv National University of Radio Electronics, Nauky Ave. 14, Kharkiv, 61166, Ukraine.

²Kharkiv Humanitarian and Pedagogical Academy, Kharkiv, Rustaveli Lane, 7, 61000, Ukraine.