

Департамент науки і освіти
Харківської обласної державної адміністрації
Комунальний заклад
«Харківська гуманітарно-педагогічна академія»
Харківської обласної ради

Комп'ютерна математика

Практичний посібник

Харків

2018

УДК 378.016:519.67(076)

К 63

Укладачі:

М. Є Босін, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри математики та фізики Комунального закладу «Харківська гуманітарно-педагогічна академія» Харківської обласної ради

В. М. Русскін, кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри інформатики Комунального закладу «Харківська гуманітарно-педагогічна академія» Харківської обласної ради

Рецензенти:

Піротті Є.Л. - доктор технічних наук, професор, професор кафедри комп'ютерної математики і аналізу даних НТУ «ХП».

Доля П.Г. - кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри теоретичної та прикладної інформатики ХНУ ім. В.Н. Каразіна

Бородай Г.П. = кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математики та фізики Комунального закладу «Харківська гуманітарно-педагогічна академія» Харківської обласної ради

К 63 Комп'ютерна математика: практичний посібник. / М. Є Босін, В. М. Русскін; Комунальний заклад «Харківська гуманітарно-педагогічна академія» Харківської обласної ради. – Харків, 2018. – 110 с.

Даний посібник призначений для студентів педагогічних спеціальностей, викладачів і учнів середньої школи. Посібник містить опис основних прийомів роботи з комп'ютерною програмою для виконання алгебраїчних перетворень, символьних обчислень і побудови різноманітних графіків – *Math*. Для школярів системи комп'ютерної математики (**СКМ**) є незамінним помічником у вивченні математики, фізики, інформатики, звільняючи їх від рутинних розрахунків і зосереджуючи їх увагу на сутності методу розв'язку тієї або іншої задачі. Для студентів **СКМ** є зручним засобом розв'язування задач, пов'язаних із символьними перетвореннями (математичний *аналіз*, *лінійна алгебра* й *аналітична геометрія* й т.п.). Для науковців і інженерів **СКМ** незамінний засіб аналізу та постановки різноманітних задач моделювання.

Посібник містить основні визначення, правила, формули та їх застосування. Наведені приклади задач для самоконтролю.

Затверджено науково-методичною радою Комунального закладу «Харківська гуманітарно-педагогічна академія» Харківської обласної ради (Протокол № 5 від 07.06.2018 р.)

УДК 378.016:519.67(076)

© ХГПА, 2018

© Босін М.Є., Русскін В.М.

Зміст

| | |
|--|----|
| Вступ | 5 |
| 1. ВИНИКНЕННЯ І РОЗВИТОК СИСТЕМ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ | 8 |
| 1.1. Комп'ютерна математика як частина математики | 8 |
| 1.2. Недоліки чисельних розрахунків | 10 |
| 1.3. Відмінності символічних обчислень від чисельних | 12 |
| 1.4. Класифікація засобів комп'ютерної математики | 14 |
| 1.5. Структура систем комп'ютерної математики | 15 |
| 1.6. Огляд систем комп'ютерної математики | 17 |
| 2. СИСТЕМА КОМП'ЮТЕРНОЇ АЛГЕБРИ Maxima | 20 |
| 2.1. Уведення в Maxima | 22 |
| 2.1.1. Інтерфейс Maxima | 0 |
| шибка! Закладка не определена. | |
| 2.1.2. Головне меню Maxima | 25 |
| 2.2. Уведення найпростіших команд в Maxima | 25 |
| 2.2.1. Використовувані позначення для введення команд. | 26 |
| 3. ЗАДАЧІ ЕЛЕМЕНТАРНОЇ МАТЕМАТИКИ | 31 |
| 3.1. Обчислення арифметичних виразів | 31 |
| 3.2. Перетворення алгебраїчних виразів | 34 |
| 3.3. Побудова графіків функцій | 37 |
| 3.4. Розв'язування алгебраїчних рівнянь і систем | 45 |
| 4. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ | 50 |
| 4.1. Дії з матрицями | 51 |

| | |
|---|-----------|
| 4.1.1. Поелементне додавання, віднімання, множення матриць на число | 51 |
| 4.1.2. Множення матриць | 51 |
| 4.1.3. Обчислення матриці, зворотної до даної | 52 |
| 4.2. Функції для роботи з матрицями | 52 |
| 4.3. Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь | 53 |
| 4.3.1. Метод Крамера | 53 |
| 4.3.2. Розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь за допомогою зворотної матриці | 56 |
| 4.3.3. Розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь методом Гаусса | 57 |
| 5. ЗАДАЧІ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ | 58 |
| 5.1. Обчислення границь числових послідовностей і функцій | 58 |
| 5.2. Обчислення похідних функції | 61 |
| 5.3. Застосування похідних | 62 |
| 5.4. Розкладання в ряд Тейлора | 65 |
| 5.5. Знаходження суми ряду | 66 |
| 5.6. Інтегрування функції однієї змінної | 67 |
| 5.6.1. Невизначені інтеграли | 68 |
| 5.6.2. Визначені інтеграли | 69 |
| СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ | 72 |
| ДОДАТКИ | 75 |

Вступ

Даний посібник присвячено відкритим програмним засобам, що дозволяють провести *цикл розробки* будь-якої математичної моделі: від пошуку й перегляду необхідної літератури до безпосереднього розв'язку задачі (аналітичного й/або чисельного) і підготовки звіту або статті до друку. У посібнику автори пояснюють, що система комп'ютерної математики **Maxima** - вдалий вибір для розв'язування будь-якої навчальної задачі або серйозного дослідження, де потрібна *математика* – від курсової роботи до наукової або інженерної розробки високого класу, що за допомогою цієї системи простіше виконувати завдання, готувати демонстрації й набагато швидше розв'язувати дослідницькі й інженерні задачі.

Зараз комп'ютерні програми цього класу (проприєтарні – **Maple, Mathematica, MATLAB, Mathcad** і ін., або з відкритим кодом) знаходять саме широке застосування в наукових дослідженнях, стають одним з обов'язкових компонентів комп'ютерних технологій, використовуваних в освіті.

Ці системи мають дружній *інтерфейс*, реалізують багато стандартних і спеціальних математичних операцій, забезпечені потужними графічними засобами й мають власні мови програмування. Усе це надає широкі можливості для ефективної роботи фахівців різних профілів, про що свідчить активне застосування математичних пакетів у наукових дослідженнях і викладанні. Під системами комп'ютерної математики (**СКМ**) розуміють *програмне забезпечення*, яке дозволяє не тільки виконувати чисельні розрахунки на комп'ютері, але й виконувати аналітичні (символьні) перетворення різних математичних і графічних об'єктів.

Для учнів системи комп'ютерної математики є незамінним помічником у вивченні математики, фізики, інформатики, звільняючи їх від рутинних розрахунків і зосереджуючи їх увагу на сутності методу розв'язування тієї або іншої задачі. Застосування **СКМ** дозволяє вирішувати цілий спектр

нових трудомістких, але цікавих завдань: від спрощення громіздких алгебраїчних виразів, аналітичного розв'язку рівнянь і систем з параметрами, графічних побудов, до анімації графіків і покрокової візуалізації самого процесу розв'язування. Учням надається можливість виконувати більш змістовні завдання й отримувати наочні результати. Це сприяє закріпленню знань і вмінь, надбаних ними при вивченні інших шкільних дисциплін, допомагає повною мірою виявляти свої творчі й дослідницькі здібності.

Для студентів **СКМ** є зручним засобом розв'язування різноманітних задач, пов'язаних із символічними перетвореннями (математичний *аналіз*, вища *математика*, лінійна *алгебра* й аналітична *геометрія* й т.п.), а також засобом розв'язування задач моделювання статичних (описуваних алгебраїчними рівняннями) і динамічних (описуваних диференціальними рівняннями) систем. Крім того, **СКМ** – гарний засіб створення графічних ілюстрацій і документів, що містять математичні формули й вирази. У нинішній час для здійснення розрахунків з різних технічних дисциплін студентами-нематематиками широко застосовується пакет **Matcad**, в основі якого лежить *ядро Maple*. При деякому навики і наявності документації зв'язка Maxima + TexMacс або ядро Maxima + інтерфейс wxMaxima цілком розумна заміна MathCad в Unix-середовищі. А наявність універсального інтерфейсу у вигляді TexMacс або Emacs дозволяє об'єднувати в одному документі розрахунки, виконані в Maxima, Octave, Axiom і т.п.

Для науковців і інженерів **СКМ** є незамінним засобом аналізу постановки різноманітних задач моделювання. Усі широко відомі математичні пакети: **Maple, Matlab, Mathematica**, дозволяють як здійснювати символічні обчислення, так і застосовувати чисельні методи. У даний час такі системи є одним з основних обчислювальних інструментів комп'ютерного моделювання в реальному часі й знаходять застосування в різних галузях науки. Вони відкривають також нові можливості для викладання багатьох навчальних дисциплін, таких як *алгебра* й *геометрія*, фізика й *інформатика*,

економіка й *статистика*, екологія. Застосування **СКМ** суттєво підвищує *продуктивність* праці науковця, викладача вузу, учителя.

Кінцевим продуктом дослідження виступають публікації, підготовка, розповсюдження і використання яких в даний час вимагає кваліфікованого застосування комп'ютера. Це стосується редагування тексту, виготовлення графічних матеріалів, ведення бібліографії, розміщення електронних версій в Інтернеті, пошуку статей та їх перегляду. Де-факто зараз стандартними системами підготовки науково-технічних публікацій є різні реалізації пакету TeX і текстовий редактор Word. Крім того, необхідні мінімальні знання про стандартні формати файлів, конверторах, програмах і утиліти, які використовуються при підготовці публікацій.

1. ВИНИКНЕННЯ І РОЗВИТОК СИСТЕМ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ

1.1. Комп'ютерна математика як частина математики

Протягом багатьох століть математика поділялася на фундаментальну і прикладну. Основи фундаментальної математики досить повно вивчаються в середній школі й розвиваються в курсах математики для математичних і фізичних спеціальностей. Тут учні детально ознайомлюються з основними первинними поняттями, аксіомами і теоремами математики, а також з основами доведення теорем.

Але для переважної більшості людей більш важливим є прикладний аспект математики. В його основі лежить припущення про те, що в рамках прийнятих математичних понять аксіоми є коректними, а всі висновки й положення математики – вірними. Це дозволяє широко застосовувати їх на практиці, а також відображає загальноприйняту в цивілізованому світі технологію розподілення праці – математики формулюють первинні поняття, аксіоми й теореми, а інші фахівці застосовують їх по мірі необхідності.

Наприклад, в наш час немає потреби користуватися таблицею множення або досконало знати поняття логарифму для того, щоб знайти добуток ряду чисел. За допомогою навіть найпростішого калькулятора виконувати будь-які арифметичні дії набагато простіше й надійніше, ніж здійснювати обчислення усно чи навіть на папері. Для обчислення спеціальних математичних функцій досить скористатися науковим калькулятором або відповідною програмою для обчислення таких функцій.

На жаль, такий підхід має свої серйозні недоліки. Кількість первинних понять, аксіом, теорем та різноманітних наслідків з них нині вже настільки велика, що існує великий ризик помилитися у їх застосуванні в конкретних галузях науки і техніки. Стає очевидною необхідність автоматизації обчислень, як простих, так і найскладніших. І не тільки численних, але й символічних (алгебраїчних).